NUMERE REALE

Mulțimi de numere cunoscute:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, ..., n, ...\}$ - mulțimea numerelor naturale;

$\mathbb{Z} = \{..., -n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n, ...\}$ - mulțimea numerelor întregi;

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} | a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ - mulțimea numerelor raționale;

$\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ - mulțimea numerelor iraționale;

$\mathbb{R}$ - mulțimea numerelor reale.

Observații:

1. Prin A^* înțelegem $A \setminus \{0\}$.
2. Se știe că $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$, $\mathbb{Q} \cup (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \mathbb{R}$ și $\mathbb{Q} \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) = \varnothing$.
3. Pentru transformarea fracțiilor zecimale în fracții ordinare se folosesc formulele:

$$\overline{a_1a_2...a_n,b_1b_2...b_m} = \frac{\overline{a_1a_2...a_nb_1b_2...b_m}}{10^m}; \qquad \overline{a_1a_2...a_n,(b_1b_2...b_m)} = \frac{\overline{a_1a_2...a_nb_1b_2...b_m} - \overline{a_1a_2...a_n}}{\underbrace{99...9}_{\text{de } m \text{ ori}}};$$

$$\overline{a_1a_2...a_n,b_1b_2...b_m(c_1c_2...c_k)} = \frac{\overline{a_1a_2...a_nb_1b_2...b_mc_1c_2...c_k} - \overline{a_1a_2...a_nb_1b_2...b_m}}{\underbrace{99...9}_{\text{de k ori}}\underbrace{00...0}_{\text{de } m \text{ ori}}}.$$

Pe mulțimea numerelor reale se definesc două operații algebrice: adunarea și înmulțirea.

- *Adunarea*

Operația de adunare pe mulțimea numerelor reale asociază oricărei perechi de numere reale (x, y) un unic număr real numit suma lui x cu y și notat $x + y$.

Proprietăți:

1. Adunarea numerelor reale este asociativă: $(a+b)+c = a+(b+c), \forall a,b,c \in \mathbb{R}$.
2. Adunarea numerelor reale este comutativă: $a+b = b+a, \forall a,b \in \mathbb{R}$.
3. Numărul real 0 este element neutru în raport cu adunarea numerelor reale: $a+0 = 0+a = a, \forall a \in \mathbb{R}$.
4. Orice număr real a are un opus, notat $-a$: $a+(-a) = (-a)+a = 0, \forall a \in \mathbb{R}$.

- *Înmulțirea*

Operația de înmulțire pe mulțimea numerelor reale asociază oricărei perechi de numere reale (x, y) un unic număr real numit produsul lui x cu y și notat $x \cdot y$ sau xy.

Proprietăți:

1. Înmulțirea numerelor reale este asociativă: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c), \forall a,b,c \in \mathbb{R}$.
2. Înmulțirea numerelor reale este comutativă: $a \cdot b = b \cdot a, \forall a,b \in \mathbb{R}$.
3. Numărul real 1 este element neutru în raport cu înmulțirea numerelor reale: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \forall a \in \mathbb{R}$.
4. Orice număr real nenul a are un invers, notat $\frac{1}{a}$: $a \cdot \frac{1}{a} = a \cdot \frac{1}{a} = 1, \forall a \in \mathbb{R}^*$.

Observații:

1. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$, se definește *diferența* dintre a și b, notată $a-b$, prin egalitatea $a-b = a+(-b)$.
2. Dacă $a, b \in \mathbb{R}$ și $b \neq 0$, se definește *câtul* dintre a și b, notată $\frac{a}{b}$ sau $a:b$, prin egalitatea $\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b}$.
3. Alte proprietăți:
   a) $a \cdot 0 = 0 \cdot a = a, \forall a \in \mathbb{R}$.
   b) $a \cdot (-b) = (-b) \cdot a = -ab, \forall a,b \in \mathbb{R}$
   $(-a) \cdot (-b) = ab, \forall a,b \in \mathbb{R}$ (regula semnelor)
   c) $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \forall a,b,c \in \mathbb{R}$
   $a \cdot (b-c) = a \cdot b - a \cdot c, \forall a,b,c \in \mathbb{R}$ (distributivitatea înmulțirii față de adunare, respectiv scădere)
4. Formule de calcul prescurtat:

a) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; b) $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$;

c) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$; d) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$;

e) $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$.

- *Puteri cu exponent întreg*

Dacă $a \in \mathbb{R}^*$ și $n \in \mathbb{N}^*$ atunci $a^0 = 1$, $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ factori}}$ și $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$.

Dacă $a, b \in \mathbb{R}^*$ și $m, n \in \mathbb{Z}$, au loc proprietățile:

a) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; b) $a^m : a^n = a^{m-n}$; c) $(a^m)^n = a^{mn}$; d) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$;

e) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$; f) $0^n = 0, \forall n \in \mathbb{Z}^*$; g) $1^n = 1, \forall n \in \mathbb{Z}$;

h) $(-1)^n = \begin{cases} 1, & \text{dacă } n \text{ este număr întreg par} \\ -1, & \text{dacă } n \text{ este număr întreg impar} \end{cases}$.

- *Radicalul de ordinul n dintr-un număr real*

a) Se numește radicalul de ordinul 2 dintr-un număr real pozitiv a, numărul real pozitiv al cărui pătrat este egal cu a, și se notează $\sqrt{a}$.

b) Se numește radicalul de ordinul 3 dintr-un număr real a, numărul real al cărui cub este egal cu a, și se notează $\sqrt[3]{a}$.

Proprietăți. În condițiile de existență a radicalilor au loc următoarele proprietăți:

1. $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$; 2. $\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}} = \dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; 3. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$; 4. $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$; 5. $\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a|, & \text{dacă } n = 2 \\ a, & \text{dacă } n = 3 \end{cases}$;

6. $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$; 7. $\sqrt[n]{a^n \cdot b} = \begin{cases} |a| \cdot \sqrt[n]{b}, & \text{dacă } n = 2 \\ a \cdot \sqrt[n]{b}, & \text{dacă } n = 3 \end{cases}$ (scoaterea unui factor de sub radical);

8. $a\sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n \cdot b}, & \text{dacă } n = 2, a \geq 0 \text{ sau } n = 3 \\ -\sqrt[n]{a^n \cdot b}, & \text{dacă } n = 2, a < 0 \end{cases}$ (introducerea unui factor sub radical);

9. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot k]{a^k}$ (amplificarea radicalilor); 10. $\sqrt[n \cdot k]{a^{m \cdot k}} = \sqrt[n]{a^m}$ (simplificarea radicalilor);

11. Dacă $a, b \in [0, +\infty)$ atunci $\sqrt[n]{a} \leq \sqrt[n]{b} \Leftrightarrow a \leq b$ (compararea radicalilor);

12. $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a-c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$ (formula radicalilor compuși).

Raționalizarea numitorilor este operația de eliminare a radicalilor de la numitorul unei fracții.
Două expresii care conțin radicali se numesc expresii conjugate dacă produsul lor este o expresie care se scrie fără radicali.

1) $\dfrac{1}{\sqrt{a}} = \dfrac{\sqrt{a}}{a}$; $\dfrac{1}{a\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{b}}{ab}$; $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}} = \dfrac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$; $\dfrac{1}{a\sqrt[3]{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{b^2}}{ab}$; $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}}{a}$; $\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^k}} = \dfrac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{a}$.

2) $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$; $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$; $\dfrac{1}{\sqrt{a}+b} = \dfrac{\sqrt{a}-b}{a-b^2}$; $\dfrac{1}{\sqrt{a}-b} = \dfrac{\sqrt{a}+b}{a-b^2}$;

$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$.

3) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a+b}$; $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}} = \dfrac{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}{a-b}$; $\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{a+b}$;

$\dfrac{1}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}} = \dfrac{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}{a-b}$; $\dfrac{1}{a\sqrt[3]{b} \pm c\sqrt[3]{d}} = \dfrac{a^2\sqrt[3]{b^2} \mp ac\sqrt[3]{bd} + c^2\sqrt[3]{d^2}}{a^3b \pm c^3d}$.

- *Puteri cu exponent rațional*

Puterea cu exponent rațional pozitiv r a numărului $a \geq 0$ este numărul real $a^r = \sqrt[n]{a^m}$, unde $\frac{m}{n}, n \in \mathbb{N}^*$ este un reprezentant al lui r. Puterea cu exponent rațional negativ r a numărului $a \geq 0$ este numărul real $a^r = \frac{1}{a^{-r}}$.

Proprietăți:

Dacă $a, b \in \mathbb{R}, a > 0, b > 0$ și $r, s \in \mathbb{Q}$, au loc proprietățile:

a) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$; b) $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$; c) $\left(a^r\right)^s = a^{rs}$; d) $(ab)^r = a^r \cdot b^r$; e) $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$, $b \neq 0$;

f) Dacă $a > 1$, atunci $a^r < a^s \Leftrightarrow r < s$. Dacă $0 < a < 1$, atunci $a^r < a^s \Leftrightarrow r > s$.

g) Dacă $a > 1$, atunci $\begin{cases} a^r > 1, \text{ pentru } r > 0 \\ 0 < a^r < 1, \text{ pentru } r < 0 \end{cases}$. Dacă $0 < a < 1$, atunci $\begin{cases} a^r > 1, \text{ pentru } r < 0 \\ 0 < a^r < 1, \text{ pentru } r > 0 \end{cases}$.

➢ *Logaritmul unui număr real pozitiv*

Fie $a \in (0, +\infty) \setminus \{1\}$ și $N > 0$. Logaritmul numărului N este exponentul la care trebuie ridicat numărul a pentru a obține numărul N și se notează $\log_a N$.

Proprietăți:

1) $\log_a 1 = 0$; 2) $\log_a a = 1$; 3) $\log_a a^n = n$;

4) $\log_a A + \log_a B = \log_a (A \cdot B)$; 5) $\log_a A - \log_a B = \log_a \left(\frac{A}{B}\right)$; 6) $\log_a A^n = n \log_a A$;

7) $\log_a \frac{1}{A} = -\log_a A$; 8) $\log_a \sqrt[n]{A} = \frac{1}{n} \log_a A$; 9) $\log_{a^n} A = \frac{1}{n} \log_a A$;

10) $\log_{a^n} A^m = \frac{m}{n} \log_a A$; 11) $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$; 12) $\log_a A = \frac{\log_b A}{\log_b a}$;

13) $\log_a b \cdot \log_b c = \log_a c$; 14) $a^{\log_a b} = b$; 15) $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$;

Observații:

1. Dacă $a = 10$ atunci $\log_a A = \log_{10} A = \lg A$ numit logaritmul zecimal al numărului real pozitiv A.
2. Dacă $a = e$ atunci $\log_a A = \log_e A = \ln A$ numit logaritmul natural sau neperian al numărului real pozitiv A.

➢ *Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real*

Se numește *partea întreagă* a numărului real x, numărul întreg n cu proprietatea că $x \in [n, n+1)$, și se notează $[x]$.

Se numește *partea fracționară* a numărului real x, numărul real $x - [x]$, și se notează $\{x\}$.

Proprietăți:

1. $[x] \leq x < [x] + 1, \forall x \in \mathbb{R}$; 2. $x - 1 < [x] \leq x, \forall x \in \mathbb{R}$; 3. $x = [x] + \{x\}, \forall x \in \mathbb{R}$;
4. $\{x\} \in [0,1), \forall x \in \mathbb{R}$; 5. $[x+n] = [x] + n, \forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}$; 6. $\{x+n\} = \{x\}, \forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{Z}$

Aplicații

1. Calculați suma numerelor întregi din intervalul $(-7, 7)$.
2. Arătați că $2^{-1} + 2^{-2} = 0{,}75$.
3. Arătați că $\left(2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{7}{6} = 2$.
4. Arătați că $1 - \frac{1}{2} : 0{,}5 = 0$.
5. Arătați că $\frac{2}{3} : 0{,}(3) - \frac{3}{4} : 0{,}25 = -1$.
6. Arătați că $1{,}75 : 0{,}25 - 2\left(\frac{17}{4} - 2{,}25\right) = 3$.

7. Arătați că $2,25:1,5-0,5\cdot\left(\frac{17}{2}-7,5\right)=1$.

8. Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}:0,5\right)\cdot\frac{12}{13}=1$.

9. Arătați că $\left(6-5\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{4}{11}=2$.

10. Arătați că $\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right):\frac{5}{12}=\frac{1}{5}$.

11. Arătați că $\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$.

12. Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right)\left(3-\frac{1}{3}\right)\left(4-\frac{1}{4}\right)\left(5-\frac{1}{5}\right):24=3$.

13. Arătați că $\frac{5}{6}\cdot\left(\frac{1}{5}-1\right)+\left(2-\frac{4}{3}\right)=0$.

14. Arătați că $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right):\frac{5}{6}=1$.

15. Arătați că $\left(1-\frac{3}{4}\right):\frac{1}{4}=1$.

16. Arătați că $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right):\frac{1}{12}=1$.

17. Arătați că $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)\cdot\frac{10}{3}=1$.

18. Arătați că $\left(4-\frac{1}{4}\right)\cdot\frac{8}{15}=2$.

19. Arătați că $\left(2-\frac{1}{2}\right):\frac{1}{2}=3$.

20. Arătați că $\left(4-\frac{2}{3}\right)\left(4+\frac{2}{3}\right)=\frac{140}{9}$.

21. Arătați că $\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)^2+\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)=6$.

22. Arătați că $(0,3\cdot10+1)(0,3\cdot10-1)=8$.

23. Determinați a 2018-a zecimală a numărului $0,(57304)$.

24. Fie fracția periodică $0,(864502)=0,a_1a_2a_3\ldots$. Calculați $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_{2018}$.

25. Se consideră numărul rațional $\frac{3}{7}$ scris sub formă de fracție zecimală infinită $\frac{3}{7}=0,a_1a_2a_3\ldots$.
Calculați suma $a_1+a_2+a_3+\ldots+a_6$.

26. Calculați $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}-\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$.

27. Demonstrați că numărul $\sqrt[3]{64}-\sqrt{18}+3\sqrt{2}$ este număr natural.

28. Arătați că $\sqrt{81}-\sqrt{48}+\sqrt{27}+\sqrt{3}-2^3=1$.

29. Arătați că $3\left(4-\sqrt{3}\right)+3\sqrt{3}=12$.

30. Arătați că $3\left(2-\sqrt{2}\right)+3\sqrt{2}=6$.

31. Arătați că $4\left(5+\sqrt{18}\right)-\sqrt{288}=20$.

32. Arătați că $\sqrt{3}\left(2-\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\sqrt{6}\right)=0$.

33. Arătați că $\sqrt{13}\left(1-\sqrt{13}\right)-\left(\sqrt{13}-15\right)=2$.

34. Arătați că $\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right):\frac{19}{40}+\sqrt[3]{-27}=-1$.

35. Arătați că numărul $n=\sqrt{8}\left(\sqrt{2}+1\right)-2\sqrt{2}$ este pătratul unui număr natural.

36. Arătați că numărul $a=\left(\sqrt{15}-\sqrt{17}\right)^2+\left(\sqrt{15}+\sqrt{17}\right)^2$ este pătratul unui număr natural.

37. Arătați că $\left(\sqrt{2}-3\right)^2+\left(\sqrt{2}+3\right)^2=22$.

38. Arătați că numărul $a=3+2\sqrt{2}+\frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ este natural.

39. Arătați că $\frac{4}{\sqrt{5}-1}-\left(\sqrt{5}+1\right)=0$.

40. Arătați că $\sqrt{14}\left(\sqrt{13}+1\right)-\sqrt{13}\left(\sqrt{14}+1\right)=\frac{1}{\sqrt{14}+\sqrt{13}}$.

41. Demonstrați că numărul $\left(3+\sqrt{5}\right)^2+\left(3-\sqrt{5}\right)^2$ este un număr natural.

42. Demonstrați că numărul $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}\in\mathbb{N}$.

43. Demonstrați că numărul $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{4-2\sqrt{3}}$ este număr natural.

44. Arătați că diferența numerelor $12-4\sqrt{5}$ și $\left(\sqrt{5}-2\right)^2$ este număr natural.

45. Determinați numerele raționale a și b, știind că $\frac{1}{\sqrt{5}-2}+\frac{1}{4+\sqrt{20}}=a+b\sqrt{5}$.

46. Calculați $\sqrt[3]{25}-\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$.

47. Ordonați descrescător numerele $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3},\sqrt[3]{125},16$.

48. Ordonați crescător numerele $3!,\log_2 128,\sqrt[3]{100}$.

49. Ordonați crescător numerele $\sqrt{3},\sqrt[3]{5},\sqrt[4]{6}$.

50. Ordonați descrescător numerele $2,\sqrt{5},\sqrt[3]{7}$.

51. Arătați că media geometrică a numerelor $x=64$ și $y=36$ este egală cu 48.

52. Arătați că $\log_7 7+\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right):\frac{5}{12}=2$.

53. Comparați numerele $a=\log_2 4$ și $b=\sqrt[3]{27}$.

54. Calculați $\log_2 16-\log_3 81$.

55. Calculați $\log_6 3+\log_6 12$.

56. Calculați $\log_3 4+\log_3\frac{1}{4}$.

57. Calculați $\log_7 28-\log_7 4$.

58. Calculați $\log_2 2018-\log_2 1009-5$.

59. Calculați $\log_2 6+\log_2 12-\log_2 9$.

60. Calculați $\lg 30+\lg 2-\lg 6$.

61. Calculați $\log_3 6-\log_3 10+\log_3 5$.

62. Arătați că $\log_3 7+\log_3 6-\log_3 14=1$

63. Calculați $\log_2\frac{2}{1}+\log_2\frac{3}{2}+\log_2\frac{4}{3}+...+\log_2\frac{16}{15}$.

64. Calculați $\lg\frac{1}{2}+\lg\frac{2}{3}+\lg\frac{3}{4}+...+\lg\frac{99}{100}$.

65. Calculați $\log_7\left(3-\sqrt{2}\right)+\log_7\left(3+\sqrt{2}\right)$.

66. Calculați $\log_2\left(7-\sqrt{5}\right)+\log_2\left(7+\sqrt{5}\right)-\log_2 11$.

67. Calculați $\log_2 4+\log_9 3-\sqrt[3]{64}$.

68. Verificați că $\frac{\log_5 24-\log_5 3}{\log_5 2}=3$.

69. Arătați că $\left(\log_3 40-\log_3 5\right)\cdot\frac{1}{\log_3 2}=3$.

70. Arătați că $\log_5\left(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}\right)=-\log_5\left(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2}\right)$.

71. Arătați că numărul $\left(\sqrt[3]{5}\right)^{\log_4 64}$ este natural.

72. Calculați $100^{\lg 3}+\sqrt[3]{-8}$.

73. Calculați $5^{\log_5 7}-\sqrt{36}$.

74. Se consideră numărul $a=\log_2 3$. Arătați că $\log_2 54=3a+1$.

75. Știind că $\log_3 2=a$, demonstrați că $\log_8 48=\frac{1+4a}{3a}$.

76. Dacă $\log_6 2=a$ atunci determinați în funcție de *a* valoarea numărului $\log_6 324$.

77. Arătați că $\log_2 3\in(1,2)$.

78. Arătați că $3\in\left(\log_2 6,\sqrt{10}\right)$.

79. Arătați că $\left(-\infty,\sqrt{5}\right)\cap\left(\log_2 9,\infty\right)=\varnothing$.

80. Calculați $\left[-\sqrt{10}\right]-\{-3,7\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui *x* și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui *x*.

81. Calculați $\left[\sqrt{2018}\right]+4\cdot\left\{-\frac{1}{4}\right\}$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui *x* și $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui *x*.

82. Calculați partea întreagă a numărului $1-\frac{1}{3}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{3^3}+\frac{1}{3^4}$.

83. Fie $a=\frac{4}{3}$. Calculați $\left[\frac{10}{a}+10a\right]$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a lui *x*.

84. Calculați partea întreagă a numărului $a=\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{2017\cdot 2018}$.

85. Calculați partea întreagă a numărului $3+2\sqrt{6}$.

86. Calculați partea întreagă a numărului $\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$.

87. Calculați partea întreagă a numărului $\frac{7}{5\sqrt{2}-1}$.

88. Calculați partea întreagă a numărului $\left(\sqrt{3}-2\right)^2$.

89. Calculați partea întreagă a numărului $\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2$.

90. Calculați partea întreagă a numărului $\log_2 400$.